



**POLITECHNIKA  
BYDGOSKA**  
Wydział Telekomunikacji,  
Informatyki i Elektrotechniki



Ministerstwo  
Edukacji Narodowej



advanced  
protection  
systems



**„ELEKTROMECHATRON”**  
**Ogólnopolska Olimpiada Elektroników i Mechatroników**  
**Rok szkolny 2024/2025**

**Zadania dla grupy elektronicznej na zawody III stopnia**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Czas trwania zawodów: 120 minut.
2. III stopień Olimpiady zawiera 5 zadań otwartych.
3. Należy podać poprawną odpowiedź wraz z tokiem rozwiązania.
4. Za każdą prawidłową odpowiedź uzyskuje się maksymalnie 10 punktów. Maksymalna liczba punktów do zdobycia za 5 zadań to 50 punktów.
5. Można korzystać z przyborów do pisanie, rozdawanych kart czystopisu i brudnopisu, kalkulatorów i tablic matematycznych. Korzystanie z notebooków, tabletów, telefonów komórkowych, smartfonów, smartwatchy, kalkulatorów programowalnych, itp. jest zabronione.

**Życzymy powodzenia!**

**Zadanie 1**

Oblicz jaka może być maksymalna częstotliwość sygnału sinusoidalnego o amplitudzie 5 V na wyjściu wtórnika napięciowego zbudowanego na wzmacniaczu operacyjnym o parametrze  $SR=10 \frac{V}{\mu s}$ .

**Rozwiązanie:**

Napięcie na wyjściu wtórnika ma postać:

$$U_{wy} = A \sin(\omega t)$$

Obliczamy pierwszą pochodną (określa ona dynamikę zmian napięcia):

$$\frac{dU_{wy}}{dt} = \omega A \cos(\omega t)$$

Obliczamy drugą pochodną (pozwoli stwierdzić, kiedy dynamika zmian napięcia jest największa):

$$\frac{d^2 U_{wy}}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t)$$

Następnie przyrównujemy drugą pochodną do zera, aby zbadać kiedy (dla jakiego  $t$ ) dynamika zmian napięcia wyjściowego jest największa:

$$-\omega^2 A \sin(\omega t) = 0$$

$$t = 0$$

Obliczoną wartość  $t=0$  wstawiamy do pierwszej pochodnej napięcia wyjściowego, aby obliczyć maksymalną dynamikę zmian:

$$\omega A \cos(\omega t) = \omega A \text{ (dla } t = 0)$$

Wstawiamy dane, aby sprawdzić jaka może być maksymalna częstotliwość, aby dynamika zmian napięcia nie przekroczyła wartości  $SR$ :

$$\omega A = SR$$

$$2\pi f A = SR$$

$$f = \frac{SR}{2\pi A} \approx \frac{10 \frac{V}{\mu s}}{6,28 \cdot 5 V} \approx 320 \text{ kHz}$$

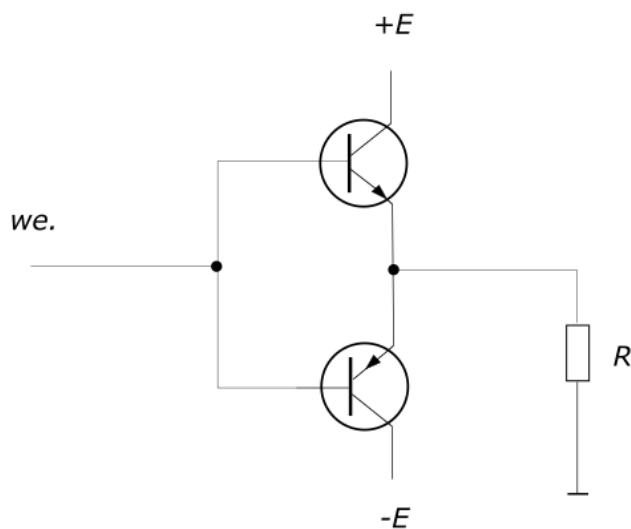
## Zadanie 2

Oblicz jaką sprawność ma stopień wyjściowy wzmacniacza mocy pracujący w klasie B przy pełnymysterowaniu (tzn. amplituda napięcia wyjściowego osiąga wartość  $E$ ), dla sygnału sinusoidalnego i obciążenia rezystancyjnego (układ w uproszczony sposób przedstawiony jest na poniższym rysunku).

Podpowiedzi:

Moc średnią obliczamy ze wzoru:  $P_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt$

$$\int \sin(x) dx = -\cos(x)$$



## Rozwiązanie:

Przy pełnymysterowaniu napięcie na wyjściu ma postać:

$$u_{wy} = E \sin(\omega t)$$

Wartość skuteczna tego napięcia wynosi:

$$u_{wy_{sk}} = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

Zatem średnia moc wydzielona w obciążeniu to:

$$P_{wy} = \frac{E^2}{2R}$$

Obliczamy średnią moc pobieraną z jednego źródła zasilania w czasie połowy okresu (jest ona równa średniej mocy pobieranej przez pełen okres z obydwu źródeł zasilania):

$$P_{we} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} E i_{we}(t) dt = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{T/2} E \frac{E \sin(\omega t)}{R} dt = \frac{\omega E^2}{R\pi} \int_0^{T/2} \sin(\omega t) dt$$

Obliczając dalej:

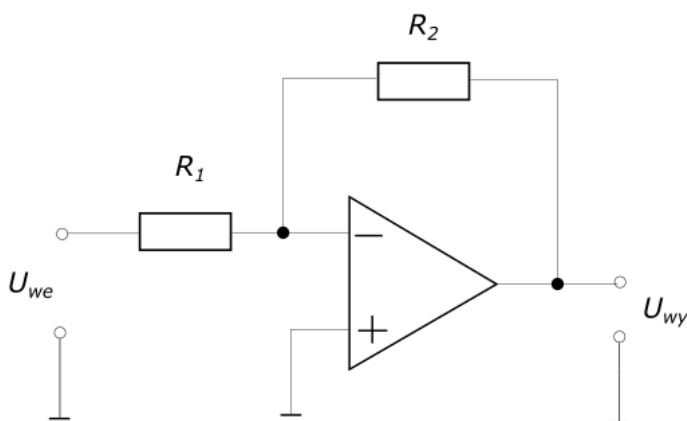
$$P_{we} = -\frac{E^2}{R\pi} \Big|_0^{T/2} \cos(\omega t) = -\frac{E^2}{R\pi} (\cos(\pi) - \cos(0)) = -\frac{E^2}{R\pi} (-1 - 1) = \frac{2E^2}{R\pi}$$

Obliczamy sprawność:

$$\eta = \frac{P_{wy}}{P_{we}} 100\% = \frac{\frac{E^2}{2R}}{\frac{2E^2}{R\pi}} 100\% = \frac{E^2}{2R} \frac{R\pi}{2E^2} 100\% = \frac{\pi}{4} 100\% \approx 78,5 \%$$

### Zadanie 3

Oblicz jakie wzmocnienie ma wzmacniacz w konfiguracji odwracającej, jeżeli do jego budowy użyto wzmacniacza operacyjnego o wzmocnieniu w otwartej pętli sprzężenia zwrotnego równym  $k_{uo} = 100000$  V/V,  $R_1 = 1$  kΩ,  $R_2 = 10$  kΩ. Pozostałe parametry wzmacniacza operacyjnego przyjmij jako idealne.



### Rozwiązanie:

Napięcie na wyjściu wzmacniacza wynosi:

$$U_{wy} = (U_+ - U_-)k_{uo} = -U_- \cdot k_{uo}$$

Zatem:

$$U_- = -\frac{U_{wy}}{k_{uo}}$$

Prąd płynący przez rezystor  $R_1$  ma wartość:

$$i = \frac{U_{we} - U_-}{R_1} = \frac{U_{we} + (\frac{U_{wy}}{k_{uo}})}{R_1}$$

Jest on równy co do wartości prądu płynącego przez rezystor  $R_2$ :

$$i = \frac{U_- - U_{wy}}{R_2} = \frac{-\frac{U_{wy}}{k_{uo}} - U_{wy}}{R_2}$$

Można więc zapisać:

$$\frac{U_{we} + \frac{U_{wy}}{k_{uo}}}{R_1} = \frac{-\frac{U_{wy}}{k_{uo}} - U_{wy}}{R_2}$$

Przekształcając kolejno:

$$\begin{aligned} R_2 U_{we} + R_2 \frac{U_{wy}}{k_{uo}} &= -R_1 \frac{U_{wy}}{k_{uo}} - R_1 U_{wy} \\ R_2 U_{we} + U_{wy} \frac{R_2}{k_{uo}} &= -U_{wy} \left( \frac{R_1}{k_{uo}} + R_1 \right) \\ U_{wy} \left( \frac{R_1}{k_{uo}} + R_1 + \frac{R_2}{k_{uo}} \right) &= -R_2 U_{we} \\ k = \frac{U_{wy}}{U_{we}} &= -\frac{R_2}{\frac{R_1}{k_{uo}} + R_1 + \frac{R_2}{k_{uo}}} = -\frac{R_2}{R_1 \left( \frac{1}{k_{uo}} + 1 \right) + \frac{R_2}{k_{uo}}} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{k_{uo}} + \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{k_{uo}}} \\ k &\approx -9,9989 \frac{V}{V} \end{aligned}$$

#### Zadanie 4

Oblicz jaką będzie prędkość wybitego z cezu elektronu, po oświetleniu go promieniowaniem nadfioletowym o długości 200 nm. Przyjmij: prędkość światła  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s, stałą Plancka  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  Js, masę elektronu  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, pracę wyjścia cezu  $W_{cs} = 2,1$  eV, wartość ładunku elementarnego  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

#### Rozwiązanie:

Obliczamy energię fotonu światła o długości 200 nm:

$$E_f = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{19,8 \cdot 10^{-26}}{200 \cdot 10^{-9}} J = 9,9 \cdot 10^{-19} J$$

Po przeliczeniu na elektronowolty:

$$E_f = \frac{9,9 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} eV = 6,2 eV$$

Ponieważ energia fotonu jest większa niż praca wyjścia cezu, zajdzie zjawisko fotoelektryczne, a energia kinetyczna wybitego elektronu będzie w przybliżeniu równa:

$$E_k = 6,2 eV - 2,1 eV = 4,1 eV = 6,6 \cdot 10^{-19} J$$

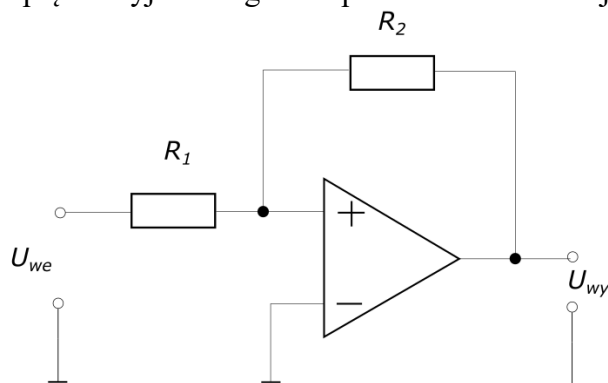
Na podstawie energii kinetycznej i masy elektronu można obliczyć prędkość elektronu:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

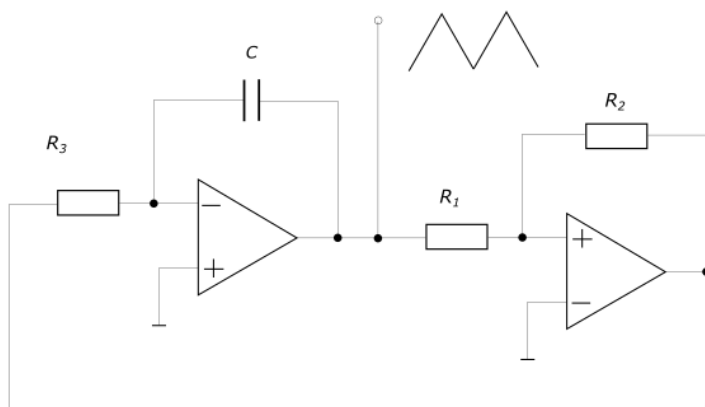
$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = \sqrt{1,45 \cdot 10^{12}} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### Zadanie 5

- a) Wyprowadź wzory na poziomy napięcie (górny i dolny) przy których następuje przerzucenie napięcia wyjściowego komparatora nieodwracającego widocznego poniżej:



- b) Wyprowadź wzór na okres przebiegu trójkątnego wytworzonego przez poniższy układ.



Założ w obydwu podpunktach, że wzmacniacze operacyjne są idealne i zasilane napięciem symetrycznym  $\pm E$ .

### Rozwiązanie:

- a) Obliczenie progów napięciowych dla komparatora

Zakładamy, że na wyjściu wzmacniacza operacyjnego pracującego jako komparator panuje stan wysoki czyli napięcie  $E$ . Napięcie na wejściu nieodwracającym wynosi wówczas:

$$U_+ = U_{we} + (E - U_{we}) \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Przerzut napięcia następuje w momencie gdy napięcie to zrówna się z napięciem na wejściu odwracającym, które wynosi  $0 \text{ V}$ . Wówczas:

$$0 = U_{we} + (E - U_{we}) \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\begin{aligned}
U_{we} &= (E - U_{we}) \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\
U_{we} &= U_{we} \frac{R_1}{R_1 + R_2} - E \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\
U_{we} \left( 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) &= -E \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\
U_{we} &= -E \frac{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}{1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = -E \frac{R_1}{R_1 + R_2 \left( 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)} = -E \frac{R_1}{R_1 + R_2 - R_1} = -E \frac{R_1}{R_2}
\end{aligned}$$

Zatem dolny poziom przełączania, to:

$$U_{TL} = -E \frac{R_1}{R_2}$$

Analogicznie można obliczyć górny poziom przełączania. Zakładamy, że napięcie na wyjściu przyjmuje wartość -E, wówczas:

$$U_+ = U_{we} + (-E - U_{we}) \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

A górny poziom przełączania wynosi:

$$U_{TH} = E \frac{R_1}{R_2}$$

b) Obliczenie okresu przebiegu trójkątnego

Napięcie na wyjściu układu całkującego (jednocześnie będące napięciem podawanym na wejście komparatora) osiąga wartości równe górnemu i dolnemu poziomowi przerzutu komparatora. Zakładamy, że napięcie na wyjściu komparatora przełączyło się z -E na E. Wynika z tego, że napięcie na wyjściu układu całkującego osiągnęło poziom górnego przerzutu i będzie teraz malało zgodnie z zależnością:

$$U_{wy} = E \frac{R_1}{R_2} - \frac{E}{R_3 C} t$$

aż do osiągnięcia dolnego poziomu przerzutu:

$$-E \frac{R_1}{R_2} = E \frac{R_1}{R_2} - \frac{E}{R_3 C} t$$

Możemy obliczyć po jakim czasie to nastąpi:

$$\frac{E}{R_3 C} t = E \frac{R_1}{R_2} + E \frac{R_1}{R_2}$$

$$t = \frac{2R_1 R_3 C}{R_2}$$

Wartość ta stanowi połowę okresu, zatem okres wynosi:

$$T = \frac{4R_1 R_3 C}{R_2}$$